

9. SINIF

MATEMATİK DEFTERİ

Sevgili Öğrenciler,

FAZ Yayınları; eğitim-öğretim hayatınızın her anında sizinle olmaya, daha etkili yöntemlerle sizleri hayata ve sınavlara hazırlamaya devam ediyor. Tecrübeli kadromuz tarafından titiz ve yoğun bir çalışmayla hazırladığımız bu **"FAZ Defter Serisi"** sizi adım adım başarıya ulaştıracak.

"Defter Serisi"nde Neler Var?

Defterimiz etkili ve kalıcı öğrenme sağlamak için **"FAZ - FAZ"** tasarlandı. Her FAZ'da önce konuyu öğrenecek, sonra örneklerle öğrenmenizi pekiştirecek, en sonda da neleri öğrenip öğrenmediğinizi kontrol etmek için hazırladığımız testlerle kendinizi değerlendireceksiniz. **PISA, TIMSS, ALES** vb. ulusal ve uluslararası sınavlar incelenerek hazırlanan özel ve özgün soru tipleriyle karşılaşacak ve öğrenme durumunuzu çok yönlü bir şekilde takip edebileceksiniz. Ayrıca **"infografik"** çalışmalarımızla öğrenmenizi daha kalıcı hale getireceksiniz. Sayfalarda sizin için bıraktığımız boş yerlere konuyla ilgili notlar alabileceksiniz. Kitapta yer alan örnek ve soruların çözümlerine de sizin için hazırladığımız dijital ortamlardan her an ulaşabileceksiniz.

Geleceğinizi inşa ettiğiniz bu yolda, size bir nebze olsun katkıda bulunabilmenin verdiği mutlulukla hayat boyu başarılar dileriz.

İçindekiler

FAZ 01	MANTIK - 1	4 - 10
FAZ 02	MANTIK - 2	11 - 16
FAZ 03	MANTIK - 3	17 - 22
DEĞERLENDİRME FAZİ 01		23 - 26
FAZ 04	KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR	27 - 34
FAZ 05	KÜMELERDE İŞLEMLER - 1	35 - 46
FAZ 06	KÜMELERDE İŞLEMLER - 2	47 - 54
FAZ 07	KARTEZYEN ÇARPIM	55 - 60
FAZ 08	KÜME PROBLEMLERİ	61 - 66
DEĞERLENDİRME FAZİ 02		67 - 70
FAZ 09	DOĞAL SAYILAR - TAM SAYILAR	73 - 80
FAZ 10	RASYONEL, İRRASYONEL VE GERÇEK SAYILAR	81 - 86
FAZ 11	BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI - 1	87 - 92
FAZ 12	BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI - 2	93 - 98
FAZ 13	BÖLME - BÖLÜNEBİLME KURALLARI (EBOB-EKOK)	99 - 106
FAZ 14	BİRİNCİ DERECEDEEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER	107 - 114
FAZ 15	BİRİNCİ DERECEDEEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER	115 - 120
DEĞERLENDİRME FAZİ 03		121 - 124
FAZ 16	BİRİNCİ DERECEDEEN EŞİTSİZLİKLER - 1	125 - 132
FAZ 17	BİRİNCİ DERECEDEEN EŞİTSİZLİKLER - 2	133 - 142
FAZ 18	MUTLAK DEĞERİN ÖZELLİKLERİ VE MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER	143 - 150
FAZ 19	MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER	151 - 158
DEĞERLENDİRME FAZİ 04		159 - 162
FAZ 20	ÜSLÜ İFADELERİN ÖZELLİKLERİ	163 - 172
FAZ 21	ÜSLÜ DENKLEMLER	173 - 180
FAZ 22	KÖKLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ - 1	181 - 190
FAZ 23	KÖKLÜ İFADELER VE ÖZELLİKLERİ - 2	191 - 198
DEĞERLENDİRME FAZİ 05		199 - 202

FAZ 24	ORAN VE ORANTININ ÖZELLİKLERİ	203 – 214
FAZ 25	SAYI KESİR PROBLEMLERİ	215 – 222
FAZ 26	YAŞ VE İŞÇİ PROBLEMLERİ	223 – 232
DEĞERLENDİRME FAZI 06		233 – 236
FAZ 27	HIZ VE HAREKET PROBLEMLERİ	237 – 246
FAZ 28	YÜZDE VE KAR - ZARAR PROBLEMLERİ	247 – 254
FAZ 29	KARIŞIM PROBLEMLERİ	255 – 260
DEĞERLENDİRME FAZI 07		261 – 264
FAZ 30	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ)	267 – 274
FAZ 31	ÜÇGENLER (ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ)	275 – 284
FAZ 32	ÜÇGENLER (AÇI KENAR BAĞINTILARI)	285 – 294
DEĞERLENDİRME FAZI 08		295 – 298
FAZ 33	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE EŞLİK BAĞINTILARI)	299 – 304
FAZ 34	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE BENZERLİK)	305 – 312
FAZ 35	ÜÇGENLER (TALES (THALES) TEOREMLERİ)	313 – 322
FAZ 36	ÜÇGENLER (GÜNLÜK HAYATTA BENZERLİK)	323 – 328
DEĞERLENDİRME FAZI 09		329 – 332
FAZ 37	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE AÇIORTAY)	333 – 342
FAZ 38	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE KENARORTAY ÖZELLİKLERİ)	343 – 350
FAZ 39	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE KENAR ORTA DİKME VE YÜKSEKLİKLER)	351 – 356
DEĞERLENDİRME FAZI 10		357 – 360
FAZ 40	ÜÇGENLER (DİK ÜÇGEN)	361 – 374
FAZ 41	ÜÇGENLER (TRİGONOMETRİ - BİRİM ÇEMBER)	375 – 382
DEĞERLENDİRME FAZI 11		383 – 386
FAZ 42	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE ALAN - 1)	387 – 396
FAZ 43	ÜÇGENLER (ÜÇGENDE ALAN - 2)	397 – 406
DEĞERLENDİRME FAZI 12		407 – 410
FAZ 44	VERİ (MERKEZİ EĞİLİM VE YAYILIM ÖLÇÜLERİ)	411 – 422
FAZ 45	VERİ (VERİLERİN GRAFİK İLE GÖSTERİLMESİ)	424 – 432
DEĞERLENDİRME FAZI 13		433 – 434
CEVAP ANAHTARLARI		437 – 444





Kavram



Doğru veya yanlış bir hüküm bildiren, aynı anda hem doğru hem de yanlış olamayan ifadeler **önerme** denir. Doğru önermelerin doğruluk değeri "1", yanlış önermelerin doğruluk değeri "0" dir.

Örnek



Aşağıdaki ifadelerin önerme olup olmadıklarını belirtip, önerme olanların doğruluk değerini yazınız.

- İstanbul, Marmara Bölgesi'ndedir.
- $4 < 3$
- $3^2 \neq 9$
- Karenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
- Çay içelim.
- Sinemaya gidecek misiniz?

Çözüm:

a, b, c ve d ifadeleri bir yargı belirttiği için önermedir. Ancak e ve f ifadeleri yargı belirtmedikleri için önerme değildir. a ve d önermelerinin doğruluk değeri 1, b ve c önermelerinin doğruluk değeri 0 dir.

Bilgi Kutusu



n tane önermenin birbirine göre 2^n tane farklı durumu vardır.

Örneğin;

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Denk Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan iki önermeye **denk önerme** denir. p ve q önermeleri birbirine denk ise $p \equiv q$, denk değil ise $p \neq q$ şeklinde gösterilir.

$$p : 3^2 = 9$$

$$q : 4 < 3$$

r : 1 asal sayıdır.

önermeleri için; $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ ve $r \equiv 0$ olduğundan,

$$\bullet p \neq r \quad \bullet q \equiv r \quad \bullet p \neq q \text{ olur.}$$

Bir Önermenin Olumsuzu (Değili)

Bir önermenin hükmünün değiştirilmesiyle elde edilen yeni önermeye ilk önermenin **olumsuzu (değili)** denir.

Bir önerme doğru ise değili yanlış, yanlış ise değili doğrudur.

p önermesinin olumsuzu (değili) p' ile gösterilir.

p	p'
1	0
0	1

Bileşik Önermeler

İki veya daha fazla önerme "ve", "veya", "ya da", "ise", "ancak ve ancak" gibi bağlaçlarla birbirine bağlanırsa bileşik önerme elde edilir.

Bağlaç	Sembolü
veya	$\vee$
ve	$\wedge$
ya da	$\vee$
ise	$\Rightarrow$
ancak ve ancak	$\Leftrightarrow$

Veya ($\vee$) Bağlacı

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ve ($\wedge$) Bağlacı

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Örnek



$p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a. $p \vee (q \wedge r)$

b. $q' \wedge (p \vee r')$

Çözüm:

a. $p \vee (q \wedge r) \equiv 0 \vee (1 \wedge 0) \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$

b. $q' \wedge (p \vee r') \equiv 1' \wedge (0 \vee 0')$
 $\equiv 0 \wedge (0 \vee 1)$
 $\equiv 0 \wedge 1$
 $\equiv 0$

Örnek



$p \vee (q \wedge p)$

önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

Çözüm:

p	q	$q \wedge p$	$p \vee (q \wedge p)$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	0	0

Bilgi Kutusu



1. $p \vee p \equiv p$
 $p \wedge p \equiv p$ } Tek kuvvet özelliği

2. $p \vee q \equiv q \vee p$
 $p \wedge q \equiv q \wedge p$ } Değişme özelliği

3. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
 $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ } Birleşme özelliği

4. $p \wedge (q \vee r) \equiv \{(p \wedge q) \vee (p \wedge r)\}$

5. $p \vee (q \wedge r) \equiv \{(p \vee q) \wedge (p \vee r)\}$

6. $(p \vee q)' = p' \wedge q'$
 $(p \wedge q)' = p' \vee q'$ } De Morgan kuralları

Aşağıdaki denklikleri sorularda sıkça kullanacağız.

• $p \vee 1 \equiv 1$

• $p \vee 0 \equiv p$

• $p \vee p' \equiv 1$

• $p \wedge 1 \equiv p$

• $p \wedge 0 \equiv 0$

• $p \wedge p' \equiv 0$

Örnek



$(p \wedge q)' \vee q$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm:

$(p \wedge q)' \vee q \equiv (p' \vee q') \vee q$
 $\equiv p' \vee (q' \vee q)$
 $\equiv p' \vee 1$
 $\equiv 1$

(De Morgan)

(Birleşme özelliği)

Örnek



$$(p \vee q')' \vee (p \vee q)'$$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (p \vee q')' \vee (p \vee q)' &\equiv (p' \wedge q) \vee (p' \wedge q') \\ &\equiv p' \wedge (q \vee q') \\ &\equiv p' \wedge 1 \\ &\equiv p' \end{aligned}$$

Ya Da ($\vee$) Bağlacı

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Örnek



p : Türkiye'nin başkenti Ankara'dır.

q : Tüm asal sayılar tektir.

önergeleri için $p \wedge (p \vee q)$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} p &\equiv 1 \text{ ve } q \equiv 0 \text{ olduğundan} \\ p \wedge (p \vee q) &\equiv 1 \wedge (1 \vee 0) \\ &\equiv 1 \wedge 1 \equiv 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

1. Aşağıdaki ifadelerin bir önerme olup olmadığını belirtiniz.

- Asal sayıların hepsi tek sayıdır. (.....)
- Türkiye 7 farklı coğrafi bölgeden oluşur. (.....)
- Çay içmeye gelen var mı? (.....)
- $2^2 = 4$ (.....)
- $1,2 > 1,1$ (.....)
- Üçgenin iç açıları dar açıdır. (.....)

2. Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini yanlarındaki boşluğa yazınız.

- " $4 + 2 < 7$ " (.....)
- Her doğal sayının karesi kendisinden büyüktür. (.....)
- En küçük iki doğal sayının toplamı 1 dir. (.....)
- Topkapı Sarayı, İstanbul'dadır. (.....)
- Güneş'e en yakın gezegen Dünya'dır. (.....)

3. 8 tane önermenin birbirine göre kaç farklı durumu vardır?

4. $n + 2$ tane önermenin birbirine göre 64 durumu olduğuna göre, n kaçtır?

- p: " $2,3 = 3,2$ dir."
- q: " -4 bir doğal sayıdır"
- r: "Ankara, Türkiye'nin başkentidir"
- t: "En küçük asal sayı 1 dir"

önergelerinden birbirine denk olanları bulunuz.

6. Aşağıda verilen önermelerin değerlerini yazınız.

a. p: "Bazı aylar 30 gündür"

p':

b. q: "Yüzölçümü en büyük olan ilimiz İstanbul'dur."

q':

c. r: "Bütün asal sayılar pozitifdir."

r':

7. Aşağıda verilen önermelerin değerlerini yazınız.

a. p: " $-2 > -1$ dir."

p':

b. p: " $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$ dir."

q':

c. r: " $4 \neq 1 + 4$ tür."

r':

d. s: " $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}$ tür."

s':

8. p : Bir hafta 7 gündür.

q : 0 pozitif bir sayıdır.

r : $3^2 \leq 9$

önermeleri için $(p' \vee r) \wedge q$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

9. $p \vee q \equiv 0$, $q \vee r \equiv 1$ olduğuna göre, $p' \wedge (q \vee r')$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

10. Aşağıda verilen doğruluk tablosunu doldurunuz.

p	q	p'	$p' \wedge q$

11. $(p \vee q)' \wedge p$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

12. $(p \wedge 1) \vee p'$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

13. Aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurarak

$$(p \vee q)' = p' \wedge q'$$

denkliğinin ispatını yapınız.

p	q	p'	q'	$p \vee q$	$(p \vee q)'$	$p' \wedge q'$



1. Aşağıdakilerden hangisi bir önermedir?

- A) Akşam maça gidelim.
- B) Yağmur yağacak gibi.
- C) Karenin iç açılarının ölçüleri 90° dir.
- D) Tahta elektriği iletir mi?
- E) Çok çalışmalısınız.

2. Aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A) En küçük asal sayı 1'dir.
- B) $\frac{1}{4} > \frac{1}{3}$
- C) $-2^2 = (-2)^2$
- D) $(-1)^{10} = 1$
- E) $3^2 > (-3)^2$

3. $p \equiv 0, q \equiv 1$ olduğuna göre,

- I. $p' \wedge q$
- II. $p \vee (q \wedge p)$
- III. $(p \vee q)'$
- IV. $p \vee (q' \wedge p)$
- V. $p' \vee q$

önermelerinden kaç tanesinin doğruluk değeri 0 dır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

4. $p \vee q \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge q$
- B) $p' \wedge q$
- C) $p \wedge q'$
- D) $p \vee q$
- E) $p' \vee q'$

5. Aşağıdakilerden hangisi daima yanlıştır?

- A) $p \wedge q' \equiv q' \wedge p$
- B) $p \wedge (1 \wedge 0) \equiv 0$
- C) $p \wedge 1 \equiv p'$
- D) $p' \wedge 0 \equiv 0$
- E) $p \wedge (p' \vee p) \equiv p$

6. $p \vee q \equiv 0$
 $q \vee r \equiv 1$

olduğuna göre p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

	p	q	r
A)	0	1	0
B)	0	0	1
C)	1	0	0
D)	0	0	0
E)	1	1	0

7. $(p \vee q) \vee r \equiv 0$

olduğuna göre p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 0
- B) 0, 0, 0
- C) 0, 0, 1
- D) 1, 1, 0
- E) 0, 1, 0

8.

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge p$
1	1		b
1	0		
0	1	a	
0	0		c

Yukarıda verilen doğruluk tablosunda a, b ve c yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangileri yazılmalıdır?

- A) 1, 1, 0
- B) 1, 0, 0
- C) 1, 1, 1
- D) 0, 0, 0
- E) 0, 1, 0

9. Aşağıda verilen önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

A) 9 asal sayıdır.
 B) Dik üçgenin bir iç açısı 90° dir.
 C) Çift sayılar 4 ile tam bölünür.
 D) En küçük doğal sayı 1 dir.
 E) İki basamaklı en küçük tam sayı 10 dur.

10. p: En küçük asal sayı 1 dir.
 q: İki tek sayının çarpımı tektir.
 r: Eşkenar dörtgenin tüm iç açıları eşittir.

önermeleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $p \equiv 1$ B) $p \equiv q$ C) $q \equiv r$
 D) $p \equiv r$ E) $r \equiv 1$

11. p: "İki basamaklı en küçük asal sayı 10 dur."

önermesi veriliyor.

Buna göre, p önermesinin değil olan p' önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) p' : "İki basamaklı en küçük asal sayı 11 dir."
 B) p' : "İki basamaklı en küçük asal sayı 10 dan büyüktür."
 C) p' : "İki basamaklı en küçük asal sayı 13 tür."
 D) p' : "İki basamaklı en küçük asal sayı -97 dir."
 E) p' : "İki basamaklı en küçük asal sayı 10 değildir."

12. p ve q herhangi iki önermedir.

Buna göre, aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $p \vee q \equiv q \vee p$
 B) $p' \wedge q \equiv q \wedge p'$
 C) $(p \vee q)' \equiv p' \vee q'$
 D) $p \vee 1 \equiv 1$
 E) $q \wedge 0 \equiv 0$

13. $p \vee q \equiv 1$
 $q \vee r \equiv 0$

bileşik önermeleri veriliyor.

Buna göre, $q \vee (p \wedge r)$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) 1 B) 0 C) p
 D) $p \vee r$ E) $p \vee r'$

14. $p' \vee q \equiv 0$
 $q' \vee r \equiv 1$

denklikleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $p \equiv 0$ B) $q \equiv 1$ C) $r \equiv 1$
 D) $p \equiv q$ E) $q \equiv r$

15. p: " $\sqrt{4}$ tam sayıdır."
 q: "Tek sayıların karesi tektir."
 r: "Çift sayıların tüm tam sayı kuvvetleri çifttir."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıda verilenlerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

I. $p \vee q \equiv r$
 II. $p' \vee (q \vee r) \equiv 1$
 III. $(p' \vee r) \vee (q \wedge r) \equiv 0$

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

İse ($\Rightarrow$) Bağlacı (Koşullu Önerme)

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Örnek



$$p \equiv 1, \quad q \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a. $p \Rightarrow (p \wedge q)$
- b. $p' \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
- c. $(p \vee q') \Rightarrow p$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a. } p \Rightarrow (p \wedge q) &\equiv 1 \Rightarrow (1 \wedge 0) \\ &\equiv 1 \Rightarrow 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } p' \Rightarrow (p \Rightarrow q) &\equiv 0 \Rightarrow (1 \Rightarrow 0) \\ &\equiv 0 \Rightarrow 0 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (p \vee q') \Rightarrow p &\equiv (1 \vee 1) \Rightarrow 1 \\ &\equiv 1 \Rightarrow 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek



p : 2 den başka çift asal sayı yoktur.

q : 1 asal sayıdır.

r : Tüm asal sayılar pozitifdir.

önermeleri için $p \Rightarrow (q' \Rightarrow r')$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

p ve r önermeleri doğru, q önermesi yanlış olduğundan

$p \equiv 1, \quad q \equiv 0, \quad r \equiv 1$ dir. Buradan

$$p \Rightarrow (q' \Rightarrow r') \equiv 1 \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$$

$$\equiv 1 \Rightarrow 0$$

$$\equiv 0 \text{ olur.}$$

Bilgi Kutusu



$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

Örnek



$$(p' \Rightarrow q')' \wedge p$$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm:

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ olduğundan

$p' \Rightarrow q' \equiv p \vee q'$ olur.

$$(p \vee q')' \wedge p \equiv p' \wedge q \wedge p$$

$$\equiv p' \wedge p \wedge q$$

$$\equiv 0 \wedge q$$

$$\equiv 0 \text{ olur.}$$

Koşullu Önermenin Tersi, Karşıtı, Karşıt Tersi

Analiz



$p \Rightarrow q$ önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$

Örnek



“Kar yağıyorsa yollar buz tutmuştur” önermesinin tersini, karşıtını ve karşıt tersini yazınız.

Çözüm:

“Kar yağıyorsa yollar buz tutmuştur.” önermesinin

Tersi: “Kar yağmıyorsa yollar buz tutmamıştır.

Karşıtı: “Yollar buz tutmuşsa kar yağıyordur.”

Karşıt tersi: “Yollar buz tutmamışsa kar yağmıyordur.”

Örnek



$p \Rightarrow q$ önermesinin tersini, karşıtını ve karşıt tersini yazınız.

Çözüm:

$p \Rightarrow q$ önermesinin

tersi: $p \Rightarrow q'$

karşıtı: $q \Rightarrow p'$

karşıt tersi: $q' \Rightarrow p$ olur.

Bilgi Kutusu



- $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye **ge-rektirme** denir.
- $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$

Ancak ve Ancak ($\Leftrightarrow$) Bağlacı (İki Yönlü Koşullu Önerme)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Örnek



$p \equiv 1, q \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a. $p \Leftrightarrow (p' \wedge q)$
- b. $(p' \Leftrightarrow q) \Rightarrow p$
- c. $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a. } p \Leftrightarrow (p' \wedge q) &\equiv 1 \Leftrightarrow (0 \wedge 0) \\ &\equiv 1 \Leftrightarrow 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (p' \Leftrightarrow q) \Rightarrow p &\equiv (0 \Leftrightarrow 0) \Rightarrow 1 \\ &\equiv 1 \Rightarrow 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (p \vee q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) &\equiv (1 \vee 0) \Leftrightarrow (0 \Rightarrow 1) \\ &\equiv 1 \Leftrightarrow 1 \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek



$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$

olduğuna göre, $(p' \Rightarrow r) \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$ ise $p \equiv 1$ ve $q \vee r = 0$ olmalıdır.

Buradan $p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0$ elde edilir.

$$\begin{aligned} (p' \Rightarrow r) \Leftrightarrow q &\equiv (0 \Rightarrow 0) \Leftrightarrow 0 \\ &\equiv 1 \Leftrightarrow 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

Bilgi Kutusu



$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$



Analiz



“Ancak ve Ancak” Bağlacının Özellikleri

- $p \Leftrightarrow p \equiv 1$
- $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$
- $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$
- $p \Leftrightarrow q \equiv p' \Leftrightarrow q'$

Örnek



$$(p \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow p')$$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} p \Leftrightarrow p \equiv 1 \text{ ve } p \Leftrightarrow p' \equiv 0 \text{ olduğundan} \\ (p \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \Leftrightarrow p') &\equiv 1 \Rightarrow 0 \\ &\equiv 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bilgi Kutusu



$p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye **çift gerektirme** denir.

Örnek



$$\begin{aligned} p: “(-2)(-3) = 6 \text{ dir.”} \\ q: “3^2 = -3^2 \text{ dir.”} \end{aligned}$$

önergeleri için $p \Leftrightarrow q'$ önermesinin bir çift gerektirme olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} p \equiv 1 \text{ ve } q \equiv 0 \text{ olduğundan} \\ p \Leftrightarrow q' &\equiv 1 \Rightarrow 0' \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğundan $p \Leftrightarrow q'$ önermesi bir çift gerektirmez.

Kavram



Totoloji ve Çelişki

Bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için doğru olan bileşik önermelere “totoloji”, bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için yanlış olan bileşik önermelere de “çelişki” denir.

Örnek



$p' \vee p$ önermesinin totoloji, $p' \wedge p$ önermesinin de çelişki olduğunu aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurarak gösteriniz.

p	p'	p' ∨ p	p' ∧ p
1			
0			

Çözüm:

p	p'	p' ∨ p	p' ∧ p
1	0	1	0
0	1	1	0

Örnek



Aşağıdaki önermelerin totoloji mi, çelişki mi olduğunu inceleyiniz.

- a. $(p \wedge p') \wedge (q' \vee q)$
- b. $(p \wedge q) \Rightarrow p$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a. } (p \wedge p') \wedge (q' \vee q) &\equiv 0 \wedge 1 \\ &\equiv 0 \\ &\text{olduğundan çelişkidir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (p \wedge q) \Rightarrow p &\equiv (p \wedge q)' \vee p \\ &\equiv p' \vee q' \vee p \\ &\equiv p' \vee p \vee q' \\ &\equiv 1 \vee q' \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$

olduğundan totolojidir.

1. p: "Ahmet harçlığından düzenli olarak para biriktirir."
q: "Ahmet bisiklet alır."
önergeleri veriliyor.

Buna göre,

$p \Rightarrow q$:

$p' \Rightarrow q'$:

önergelerini yazınız.

2. $p' \Rightarrow q \equiv 0$
 $q \vee r \equiv 1$

olduğuna göre p, q ve r önergelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

3. $(p \Rightarrow q') \Rightarrow p'$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

4. $p \Rightarrow q'$ önermesinin tersini, karşıtını ve karşıt tersini yazınız.

5. $(p \vee q) \Rightarrow p$ önermesinin tersini, karşıtını ve karşıt tersini yazınız.

6. Aşağıdaki bileşik önergelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a. $(1 \Rightarrow 0) \Leftrightarrow 1 \equiv$

b. $(1 \Leftrightarrow 1) \Rightarrow (1 \wedge 0) \equiv$

c. $(1 \vee 0)' \Rightarrow (0 \wedge 1)' \equiv$

7. $p' \Rightarrow q' \equiv 0$

olduğuna göre, $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

8. $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

denkliğini aşağıdaki doğruluk tablosunu doldurarak ispat ediniz.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$

9. $(p \Leftrightarrow 1) \vee p'$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

10. $(p \Rightarrow 1) \Leftrightarrow (p \vee 1)$

bileşik önermesinin çift gerektirme olduğunu gösteriniz.

11. $(p' \wedge 0) \vee (p' \vee 1)$

önergemesinin totoloji olduğunu gösteriniz.



1. $p \Rightarrow q \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $p \wedge q$ B) $p \Leftrightarrow q$ C) $p' \Rightarrow q$
D) $p' \vee (p \Rightarrow q)$ E) $p' \wedge q$

2.

p	q	p'	p' ∧ q	(p' ∧ q) ⇒ p
1	1	0		b
1	0	0		
0	1	1	a	
0	0	1		c

Yukarıda verilen doğruluk tablosunda a, b ve c yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangileri yazılmalıdır?

- A) 1, 0, 1 B) 1, 1, 1 C) 1, 1, 0
D) 0, 1, 1 E) 0, 0, 1

3. p : Ali sporcudur.

q : Ali sağlıklıdır.

olduğuna göre, $q' \Rightarrow p'$ bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Ali sporcu ise sağlıklıdır.
B) Ali sağlıklı ise sporcudur.
C) Ali sporcu değilse sağlıklıdır.
D) Ali sağlıklı değilse sporcu değildir.
E) Ali sağlıklı değilse sporcudur.

4. p : ABC dik üçgendir.

q : ABC Pisagor Teoremi'ni sağlar.

önergeleri veriliyor.

Buna göre, "ABC Pisagor Teoremi'ni sağlarsa dik üçgendir." önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \Rightarrow q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $p' \Rightarrow q$
D) $p' \vee q'$ E) $p \wedge q'$

5. $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin karşıtı yanlış olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge q$ B) $p \vee q'$ C) $p \Rightarrow q$
D) $p \Leftrightarrow q$ E) $p \vee q'$

6. "Kar yağarsa, sıcaklık düşer." önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Kar yağmazsa sıcaklık düşmez.
B) Sıcaklık düşmezse kar yağmaz.
C) Sıcaklık düşerse kar yağar.
D) Kar yağarsa sıcaklık düşmez.
E) Sıcaklık düşmezse kar yağar.

7. Aşağıdaki önermelerden hangisi totolojidir?

- A) $p \wedge 1$ B) $p \vee 0$ C) $p' \wedge 0$
D) $p' \vee 1$ E) $p \Rightarrow 0$

8. Aşağıdaki önermelerden hangisi çelişkidir?

- A) $p \Rightarrow 1$ B) $p \Leftrightarrow 1$ C) $p' \Leftrightarrow 0$
D) $p' \vee p$ E) $p \wedge 0$

9. p: “-4 çift sayıdır.”
q: “6 asal sayıdır.”

önergeleri veriliyor.

Buna göre, $q' \Rightarrow p$ önermesinin sözel olarak ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 çift ise 6 asal değildir.
B) 6 asal değil ise -4 çifttir.
C) 6 asal değil ise -4 çift değildir.
D) -4 çift değil ise 6 asaldır.
E) 6 asal ise -4 çifttir.

10. p: “Üçgen eşkenardır.”
q: “Tüm iç açıları 60 ar derecedir.”
r: “Üçgen dik üçgendir.”

önergeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p' \Rightarrow q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $q \Rightarrow r$
D) $q' \Rightarrow r$ E) $r' \Rightarrow p$

11. a ve b gerçekte sayıları için,

- p: “a = 0 dır.”
q: “a + b = 0 dır.”
r: “a.b = 0 dır.”

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \Rightarrow q$
II. $p \Rightarrow r$
III. $q \Rightarrow r$

önergelerinden hangisi ya da hangilerinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

12. p: “a = 3 ise $a^2 = 9$ dur.”

koşullu önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 = 9$ ise a = 3 tür.
B) $a^2 \neq 9$ ise a $\neq 3$ tür.
C) a $\neq 3$ ise $a^2 = 9$ dur.
D) $a^2 \neq 9$ ise a = 3 tür.
E) a $\neq 3$ ise $a^2 \neq 9$ dur.

13. p: “Üçgen eşkenar ise iç açıları 60 ar derecedir.”

Koşullu önermesinin karşıt-terisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Üçgen eşkenar ise iç açıları 60 ar derece değildir.
B) Üçgen eşkenar değil ise iç açıları 60 ar derece değildir.
C) İç açıları 60 ar derece ise üçgen eşkenardır.
D) İç açıları 60 ar derece değil ise üçgen eşkenar değildir.
E) İç açıları 60 ar derece değil ise üçgen eşkenardır.

14. Aşağıda verilen önergelerden hangisi bir gerektirmez?

- A) $x = 2$ ise $x^2 \neq 4$ tür.
B) a ve b tek ise a + b çifttir.
C) a.b tek ise a çifttir.
D) a.b = 0 ise a + b = 0 dır.
E) $x^2 - 9 = 0$ ise x = 3 tür.

15. p: “ $a^2 + b^2 = 0$ dır.”

q: “a.b = 0 dır.”

a ve b reel sayıları için p ve q önergeleri yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt-terisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 + b^2 \neq 0$ ise a.b $\neq 0$ dır.
B) a.b $\neq 0$ ise $a^2 + b^2 \neq 0$ dır.
C) a.b = 0 ise $a^2 + b^2 = 0$ dır.
D) $a^2 + b^2 = 0$ ise a.b $\neq 0$ dır.
E) a.b $\neq 0$ ise $a^2 + b^2 = 0$ dır.



Açık Önermeler

Kavram



İçinde en az bir tane değişken olan ve değişkenin aldığı değerlere göre doğruluk değeri değişebilen ifadelere **açık önerme** denir.

Örnek



Doğal sayılar kümesinde tanımlı,

$$P(x) : x + 3 \leq 8$$

önermesinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

$x + 3 \leq 8$ ise $x \leq 5$ olacağından $P(x)$ önermesinin çözüm kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olur.

Örnek



Tam sayılar kümesinde tanımlı $P(x, y) : x + 2y < 5$ açık önermesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a. $P(1, 2)$

b. $P(-1, 2)$

Çözüm:

a. $x = 1, y = 2$ yazıldığında

$$1 + 2 \cdot 2 < 5$$

$$5 < 5$$

ifadesi yanlış olduğundan $P(1, 2)$ önermesinin doğruluk değeri 0 dir.

b. $x = -1, y = 2$ yazıldığında

$$-1 + 2 \cdot 2 < 5$$

$$3 < 5$$

ifadesi doğru olduğundan $P(-1, 2)$ önermesinin doğruluk değeri 1 dir.

Niceleyiciler

“Bazı” ve “Her” sözcüklerine “niceleyici” denir. “Bazı” niceleyicisinin sembolü “ $\exists$ ”, “Her” niceleyicisinin sembolü ise “ $\forall$ ” dir.

Örnek



Aşağıdaki önermeleri $\exists$ veya $\forall$ sembollerini kullanarak ifade edip, doğruluk değerlerini bulunuz.

a. Bazı tam sayıların kareleri negatiftir.

b. Bütün gerçekte sayıların mutlak değeri pozitiftir.

c. Bazı doğal sayılar 7 den küçüktür.

Çözüm:

a. $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < 0$ Doğruluk değeri 0 dir.

b. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| > 0$ Doğruluk değeri 0 dir.

c. $\exists x \in \mathbb{N}, x < 7$ Doğruluk değeri 1 dir.

Örnek



$$\exists x, |x - 3| = 0, x \in \mathbb{Z}$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm:

$|x - 3| = 0$ ise $x = 3$ olacağından doğruluk değeri 1 dir.

Açık Önermenin Değili

$\exists x, P(x)$ önermesinin değili $\forall x, P'(x)$

$\forall x, P(x)$ önermesinin değili $\exists x, P'(x)$

Sembol	Değili
$\exists$	$\forall$
$\forall$	$\exists$
$>$	$\leq$
$\geq$	$<$
$<$	$\geq$
$\leq$	$>$
$=$	$\neq$
$\vee$	$\wedge$
$\wedge$	$\vee$

Örnek

Aşağıdaki açık önermelerin değillerini bulunuz.

a. $\forall x, x + 1 = 3$

b. $\exists x, |x - 3| > 4$

c. $\exists x, x^2 < 0$

Çözüm:

a. $\exists x, x + 1 \neq 3$

b. $\forall x, |x - 3| \leq 4$

c. $\forall x, x^2 > 0$

Örnek

$$(\exists x, x < 0) \vee (\forall x, |x| > 0)$$

bileşik önermesinin değilini yazınız.

Çözüm:

$$(\forall x, x \geq 0) \wedge (\exists x, |x| \leq 0)$$

Aksiyom

Doğruluğu kanıtlanmadan kabul edilen önermelere **aksiyom** denir. Örneğin “İki şey ayrı ayrı bir şeye eşitse, o iki şey kendi aralarında eşittir.” ifadesi bir aksiyomdur. Yani $x = 10$ ve $y = 10$ ise $x = y$ olduğu açıktır.

Teorem

Doğruluğu ispatlanması gereken önermelere **teorem** denir. Örneğin; “ $\sqrt{2}$ sayısı irrasyoneldir.” ifadesi bir teoremdir ve ispata ihtiyacı vardır.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinde $p \equiv q \equiv 1$ ise önermeye teorem denir.

$p \Rightarrow q$ önermesinde p önermesine hipotez, q önermesine hüküm denir.

p önermesi doğru ve $p \Rightarrow q$ bileşik önermesi de doğru ise q önermesi de doğrudur.

Buna göre, bir teoremin, hipotezi ve hükmü doğru önermelerdir.

$p \Rightarrow q$ teoreminin karşıt teoremi $q \Rightarrow p$ teoremidir.

İspat Yöntemleri

Olmayana Ergi Yöntemi

İspatı istenen önermenin, yanlış kabul edilmesi halinde bir çelişkiye yol açıp açmayacağına bakılır. Çelişki varsa, ispatı aranan önermenin yanlış olduğu değil doğru olma gereği ortaya çıkar. Bu ispat metoduna olmayana ergi yöntemi denir.

Örnek

$\sqrt{2}$ sayısının rasyonel sayı olmadığını (irrasyonel sayı olduğunu) gösterelim.

Çözüm:

Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatı yapabilmek için hükmü olumsuz kabul edelim, yani $\sqrt{2}$ sayısını rasyonel kabul edelim ve bir çelişkiye varalım. O zaman $\sqrt{2}$ sayısını aralarında asal olan (ortak bölenleri 1 olan) a ve b gibi iki tam sayının oranı şeklinde yazabiliriz.

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Her iki tarafın da karesini alalım.

$$2 = \frac{a^2}{b^2} \text{ dir.}$$

$a^2 = 2b^2$ elde edilir ki bu a^2 sayısının çift sayı olması demektir. a^2 sayısı çift ise a sayısı da çifttir.

O halde $a = 2m$ alalım.

$$a^2 = 2b^2$$

$$(2m)^2 = 2b^2$$

$$4m^2 = 2b^2$$

$$2m^2 = b^2 \text{ olur.}$$



Bu eşitlik b^2 sayısının da çift olması demektir. b^2 çift ise b sayısı da çifttir.
O halde $b = 2n$ olsun. $a = 2m$ ve $b = 2n$ olduğundan a ve b nin 2 gibi bir ortak böleni vardır.
Ancak ispatımızın başında a ve b nin ortak bölenlerinin sadece 1 olduğunu söylemiştik. Bu durumda bir çelişki karşımıza çıkmıştır. Bu nedenle $\sqrt{2}$ sayısı bir rasyonel sayı değil, irrasyonel sayıdır. Böylelikle ispat tamamlanmış olur.

Doğrudan İspat Yöntemi

$p \Rightarrow q$ teoreminde p nin doğru olduğu kabul edilerek q nun doğru olduğuna ulaşılır. Bu ispat metoduna doğrudan ispat yöntemi denir.

Örnek



Bir tam sayı 12 ile bölünebilirse, 2 katı 6 ile bölünebilir.

Çözüm:

Bir x tam sayısının 12 ile tam bölünebildiğini kabul edelim. Bu durumda k bir tam sayı olmak üzere, $x = 12k$ şeklinde yazılabilir. Şimdi x sayısının 2 katını alalım ve 6 ile bölünebilirliğini araştıralım.

$$x = 12k$$

$$2x = 24k$$

$$2x = (6 \cdot 4) \cdot k$$

$$2x = 6 \cdot (4k) \text{ olur.}$$

k bir tam sayı olduğundan $4k$ ifadesi de bir tam sayıdır. Dolayısıyla $4k$ ifadesine m gibi bir tam sayı dersek;

$$2x = 6 \cdot (4k) = 6m \text{ olur.}$$

Bu da bize $2x$ ifadesinin 6'nın katı olan bir sayı olduğunu yani 6 ile bölünebileceğini gösterir.

Böylece ispat tamamlanmış olur.

Deneme Yöntemiyle İspat

Bir önermede x değişkeni yerine değişik değerler vererek önermenin sağlanıp sağlanmadığına bakılır. Bu ispat metoduna da deneme yöntemiyle ispat denir.

Örnek



$A = \{-2, -1, 0, 3, 4\}$ kümesi verilsin.

" $\forall x \in A$ için $x^2 - x \leq 12$ " dir.

önermesini deneme yoluyla ispat edelim.

Çözüm:

$$x = -2 \text{ için } (-2)^2 - (-2) < 12 \Rightarrow 6 \leq 12$$

$$x = -1 \text{ için } (-1)^2 - (-1) < 12 \Rightarrow 2 \leq 12$$

$$x = 0 \text{ için } 0^2 - 0 < 12 \Rightarrow 0 \leq 12$$

$$x = 3 \text{ için } 3^2 - 3 < 12 \Rightarrow 6 \leq 12$$

$$x = 4 \text{ için } 4^2 - 4 < 12 \Rightarrow 12 \leq 12$$

$$\text{olup } \forall x \in A \text{ için } x^2 - x \leq 12$$

önermesinin doğruluğu deneme yoluyla ispat tekniği ile ispatlanmış olur.

Aksine Örnek Verme Yöntemi

Verilen önermenin yanlış olduğunu gösteren bir tek örnek bile bulunabiliyorsa önerme yanlış demektir. Bu şekilde yapılan ispata da aksine örnek vererek ispat denir.

Örnek



"Rastgele verilmiş 4 tane tam sayı arasından seçilen 3 tam sayının toplamı daima 3 ile tam bölünür."

Çözüm:

Rastgele verilmiş dört tam sayı 1, 3, 5 ve 8 olsun. Bunlar arasından 3, 5 ve 8'i seçelim.

$3 + 5 + 8 = 16$ toplamı 3 ile tam bölünemediği için önerme yanlıştır.

Böylelikle önermenin yanlış olduğu ispatlanmış olur.

Tümevarım Yöntemiyle İspat

Tümevarım doğal sayılarla ilgili olan önermelerin doğruluğunu kanıtlamaya yarayan ispat yöntemlerinden biridir.

Tümevarım, gözlenen tek tek olgulardan yola çıkarak genel yargılara ulaşmak için, tekil olandan, özel olandan genel olana giden bir akıl yürütme türüdür.

Tümevarım yöntemi aşağıdaki iki koşulun gerçekleşmesi esasına dayanır.

1, 2, 3, ..., n , ... pozitif doğal sayıları üzerine kurulmuş olan bir $p(n)$ açık önermesi verilsin.

1. $p(1)$ doğrudur.

2. Herhangi bir k doğal sayısı için $p(k)$ doğru ise $p(k + 1)$ de doğrudur.

Yukarıdaki iki koşulu sağlayan bir $p(n)$ açık önermesine $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için doğru bir önerme denir.

1. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$$P(x) : -2 \leq x < 3$$
önermesinin çözüm kümesini bulunuz.
2. Aşağıda verilen önermeleri $\exists$ veya $\forall$ sembollerini kullanarak yazınız ve doğruluk değerlerini bulunuz.
 - a. Her gerçekte sayının kendisine bölümü 1 e eşittir.
 - b. Bazı tam sayıların 3 fazlası 5 ten küçüktür.
3. $\forall x \in \mathbb{Z}, x - 2 > 4$
önermesinin değilini yazınız.
4. $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x}{x+1} = 3$
önermesinin değilini yazınız.
5. $(\forall x, x \geq 3) \wedge (\exists x, |x - 1| = 0)$
bileşik önermesinin değilini yazınız.
6. $(\exists x \in \mathbb{R}, x = 2) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}, x > 3)$
bileşik önermesinin değilini yazınız.
7. “Kendisinin 2 katına eşit olan sayı sıfırdır.”
teoremini “olmayana ergi” yöntemi kullanarak ispat ediniz.
8. İki tane tek sayının toplamının çift sayı olduğunu “doğrudan ispat yöntemi” kullanarak gösteriniz.
9. Ardışık üç çift sayının toplamının 3 ile tam bölünebildiğini “doğrudan ispat yöntemi” kullanarak gösteriniz.
10. $A = \{2, 3, 4, 5\}$
kümesinin her x elemanı için $x^2 > x$ olduğunu “deneme yöntemiyle ispat” kullanarak gösteriniz.
11. “ n doğal sayı olmak üzere, $3n + 1$ ifadesi 4 ile tam bölünür” önermesinin doğru olmadığını “aksine örnek verme yöntemi” ile gösteriniz.



1. “Her tam sayının karesi, kendisinden büyüktür.” açık önermesi aşağıdakilerden hangisiyle ifade edilebilir?

- A) $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 > x$
 B) $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x$
 C) $\forall x \in \mathbb{Z}, x > x^2$
 D) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > x$
 E) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x$

2. Aşağıdaki açık önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $\exists x \in \mathbb{Z}, |x| < 0$
 B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = -4$
 C) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > x$
 D) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$
 E) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 1$

3. Tam sayılar kümesinde tanımlı,

$$P(x) : |x + 1| < 2$$

önermesinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$ B) $\{-3, -2, -1\}$
 C) $\{-1, 0, 1\}$ D) $\{-2, -1, 0\}$
 E) $\{0, 1, 2\}$

4. $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı,

$$P(x, y) : x^2 = y^2$$

önermesinin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

5. Aşağıdaki ikililerden hangisi,

$$P(x, y) : \frac{x}{y} \in \mathbb{Z}$$

açık önermesinin çözüm kümesinin elemanı değildir?

- A) (2, -1) B) (0, 3) C) (-3, 3)
 D) (4, -2) E) (1, 2)

6. Aşağıdaki açık önermelerden hangisinin çözüm kümesi tam sayılarda boş kümedir?

- A) $P(x) : |x - 1| < 3$
 B) $P(x) : x^2 < 1$
 C) $P(x) : x^2 < x$
 D) $P(x) : x^2 = x + 2$
 E) $P(x) : \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

7. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $(\forall x, x > 0) \wedge (\exists x, x < 0)$
 B) $(\exists x, x = 0) \vee (\forall x, |x| > 0)$
 C) $(\exists x, x = 3) \Rightarrow (\exists x, x^2 < 0)$
 D) $(\forall x, |x| < 0) \Leftrightarrow (\exists x, x < 1)$
 E) $(\exists x, x \neq 3) \wedge (\forall x, |x| > 0)$

8. $(\exists x, x = 1) \wedge (\forall x, |x| > 0)$

bileşik önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\exists x, x \neq 1) \vee (\forall x, |x| < 0)$
 B) $(\forall x, x \neq 1) \vee (\exists x, |x| \leq 0)$
 C) $(\forall x, x > 1) \wedge (\exists x, |x| < 0)$
 D) $(\forall x, x < 1) \vee (\exists x, |x| = 0)$
 E) $(\exists x, x \neq 1) \wedge (\forall x, |x| < 0)$

9.

p	q	p'	p' $\Rightarrow$ q	(p' $\Rightarrow$ q) $\wedge$ p
1	1			
1	0		b	
0	1	a		
0	0			c

Yukarıda verilen doğruluk tablosunda a, b, c yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangileri getirilmelidir?

- A) 1, 0, 0 B) 0, 1, 0 C) 1, 1, 1
D) 1, 1, 0 E) 0, 0, 1

10. $P(x): |x - 1| \leq 3$

açık önermesinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. $P(x): x^2 = 4x, x \in \mathbb{R}$

açık önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0, 4\}$ B) $\{0\}$ C) $\{2, 4\}$
D) $\{2\}$ E) $\{4\}$

12. $Q(x, y): x - 2 = y$

önermesini sağlayan x ve y pozitif tam sayılarının toplamı en az kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

13. p: "Beş katının 2 fazlası, 8 den büyük olan en az bir tam sayı vardır."

önermesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) " $\exists x \in \mathbb{Z}, 5x + 2 > 8$ "
B) " $\exists x \in \mathbb{Z}, 5x + 2 \leq 8$ "
C) " $\forall x \in \mathbb{Z}, 5x + 2 > 8$ "
D) " $\forall x \in \mathbb{Z}, 5(x + 2) > 8$ "
E) " $\exists x \in \mathbb{R}, 5(x + 2) > 8$ "

14. Aşağıdaki açık önermelerden hangisinin doğruluk değeri yanlış olarak verilmiştir?

Önerme	Doğruluk değeri
A) $\exists x, \frac{x}{3} = x$	1
B) $\forall x, x^2 > 0$	0
C) $\exists x, x = x$	1
D) $\forall x, x \geq 0$	1
E) $\exists x, x^2 < x$	0

15. $\left(\exists x, \frac{x}{2} = x\right) \Rightarrow (\forall x, x \geq 0)$

önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\forall x, \frac{x}{2} = x\right) \Rightarrow (\exists x, x \geq 0)$
B) $\left(\forall x, \frac{x}{2} \neq x\right) \Rightarrow (\exists x, x < 0)$
C) $(\forall x, x < 0) \Rightarrow \left(\exists x, \frac{x}{2} = x\right)$
D) $\left(\exists x, \frac{x}{2} = x\right) \Rightarrow (\forall x, x < 0)$
E) $(\exists x, x < 0) \Rightarrow \left(\forall x, \frac{x}{2} \neq x\right)$

16. $p(x, y): ((x^2 + y^2 = 0) \Rightarrow (x = 0) \wedge (y = 0))$

önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x^2 + y^2 \neq 0) \Rightarrow ((x \neq 0) \wedge (y \neq 0))$
B) $(x^2 + y^2 \neq 0) \Rightarrow ((x \neq 0) \vee (y \neq 0))$
C) $((x = 0) \vee (y = 0)) \Rightarrow (x^2 + y^2 \neq 0)$
D) $((x \neq 0) \wedge (y \neq 0)) \Rightarrow (x^2 + y^2 = 0)$
E) $((x = 0) \wedge (y = 0)) \Rightarrow (x^2 + y^2 = 0)$

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi önerme değildir?

- A) $1 + 1 = 3$ tür.
 B) $2 > -3$ tür.
 C) Keçi, dört ayaklı bir hayvandır.
 D) Bu elbise çok güzel.
 E) Ankara, Türkiye'nin başkentidir.

2. p: " $14 - 4 : 2 = 5$ "

q: " $|-3| > 2$ "

r: " $2^3 = 6$ "

s: " $\sqrt{(-21)^2} = 21$ "

t: " $5^0 = 1$ "

Yukarıda verilen önermelerden kaç tanesinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $p \vee r' \equiv 0$ ve $p' \wedge q' \equiv 1$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değeri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0, 0, 0 B) 1, 0, 0 C) 0, 1, 0
 D) 1, 1, 1 E) 0, 0, 1

4. p ve q önermeleri için,

$$p \vee q \equiv 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $p' \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ B) $p \equiv 0$ ve $q' \equiv 1$
 C) $p \equiv 1$ ve $q' \equiv 1$ D) $p' \equiv 1$ ve $q' \equiv 0$
 E) $p \equiv 0$ ve $q' \equiv 0$

5. r ve t önermeleri için $r \equiv 0$ ve $t \equiv 1$ olmak üzere,

$$\text{I. } r \vee t \equiv 1$$

$$\text{II. } r \wedge t \equiv 0$$

$$\text{III. } r' \wedge t \equiv 1$$

$$\text{IV. } r \wedge t' \equiv 0$$

$$\text{V. } r' \wedge t' \equiv 1$$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $(p \vee q') \vee r' \equiv 0$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

	p	q	r
A)	1	1	1
B)	0	1	1
C)	0	0	1
D)	0	1	0
E)	1	0	0

7.

p : "Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 200° dir."

q : "Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir."

r : "Bir dik üçgenin en büyük iç açısının ölçüsü 90° dir."

s : "Bir eşkenar üçgenin bir dış açısının ölçüsü 60° dir."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 0 dir?

- A) $p \vee q$ B) $p \vee r$ C) $p \vee s$
 D) $q \vee r$ E) $q \vee s$

8. $(p \vee q)' \wedge r \equiv 1$ olmak üzere,

$$[(p \wedge q)' \vee (r' \vee q)] \wedge (p' \wedge r)$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) r

9. $p: "2^3 = 8"$
 $q: "\sqrt{9} = 3"$
 $r: "-2^2 = 4"$

önergeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge r \equiv 1$ B) $q' \vee r \equiv 1$
C) $(p \wedge q)' \equiv 0$ D) $r' \wedge q \equiv 0$
E) $q' \equiv r \vee p$

10. p ve q önergeleri için,

$$p' \Rightarrow q' \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önergelerin hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $p' \Rightarrow 0$ B) $q \Rightarrow p'$ C) $q \wedge p$
D) $p \vee q'$ E) $p \Leftrightarrow q$

11. p ve q önergeleri için,

$$p \Leftrightarrow q \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki önergelerden hangisi daima doğru olamaz?

- A) $p \Rightarrow q$ B) $p \vee q$ C) $p \wedge q$
D) $p \vee 0$ E) $p' \vee q$

12. p : Ali çalışkandır.
 q : Ali sınıfı geçer.

önergeleri veriliyor.

Buna göre, $p' \Rightarrow q'$ bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Ali çalışkansa sınıfı geçemez.
B) Ali sınıfı geçerse çalışkandır.
C) Ali sınıfı geçemezse çalışkan değildir.
D) Ali çalışkan değilse sınıfı geçemez.
E) Ali çalışkan değilse sınıfı geçer.

13. $(p \vee q') \wedge r$

önergemesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p' \wedge q) \vee r'$ B) $(p \vee q') \vee r$
C) $(p \vee q) \wedge r'$ D) $(p' \vee q) \vee r$
E) $(p \wedge q) \vee r$

14. "Tatlıyı çok yersen dişlerin çürür"

önergemesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Dişlerin çürürse tatlıyı çok yersin.
B) Tatlıyı çok yemezsen dişlerin çürümez.
C) Tatlıyı çok yersen dişlerin çürümez.
D) Tatlıyı çok yemezsen dişlerin çürür.
E) Dişlerin çürümezse tatlıyı çok yemezsin.

15. Aşağıdaki açık önergelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\exists x, x > 2$ B) $\forall x, x^2 \geq 0$
C) $\exists x, x + 1 > 2x$ D) $\forall x, |x| > 0$
E) $\exists x, x = 0$

16. $(\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 < 1) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x = -1)$

önergemesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\exists x \in \mathbb{Z}, x = -1) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 < 1)$
B) $(\exists x \in \mathbb{Z}, x = -1) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 < 1)$
C) $(\forall x \in \mathbb{Z}, x \neq -1) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 1)$
D) $(\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 1) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x \neq -1)$
E) $(\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x \neq -1)$

1. $p \equiv 1$
 $q \equiv 0$
 olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

A) $p \wedge q$ B) $p \Rightarrow q$ C) $p \Leftrightarrow q$
 D) $p' \wedge q$ E) $q' \vee p$

2. $p \vee q'$
 önermesi yanlış olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A) $p \wedge q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $p \Leftrightarrow q$
 D) $p \vee q$ E) $p \wedge q'$

3. $(p \wedge q)' \vee r \equiv 0$
 olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0, 0, 1 B) 0, 1, 0 C) 1, 1, 0
 D) 1, 0, 1 E) 0, 0, 0

4. $p' \Rightarrow (p' \wedge q)$
 önermesi aşağıdakilerden hangisine daima denktir?

A) $p \wedge q$ B) p C) q
 D) $p \vee q$ E) 1

5. $[(p \vee q)' \vee p]' \wedge p$

önermesini en sade biçimde yazmak isteyen Cengiz, aşağıdaki işlemleri yapmıştır.

- I. $[(p \vee q) \wedge p'] \wedge p$
 II. $(p \vee q) \vee (p' \wedge p)$
 III. $(p \vee p) \vee 1$
 IV. $p \vee 1$
 V. 1

Buna göre, Cengiz ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

6. I. $(p \vee p') \wedge p$
 II. $(p' \wedge p)'$
 III. $(p \vee p) \wedge 0$
 IV. $(p \wedge p) \vee 1$

Yukarıda verilen bileşik önermelerden hangileri çelişkidir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve IV E) III ve IV

7. $(p' \vee q) \Leftrightarrow (p' \vee p) \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

A) $(p \Leftrightarrow q)'$ B) $p \Leftrightarrow q$ C) $(p \Rightarrow q)'$
 D) $p' \Leftrightarrow q$ E) $p \Rightarrow q$

8. p : "Keklik kanatlı hayvan değildir."
 q : "Keklik kuştur."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, "Keklik kuş değilse kanatlı hayvan değildir." önermesi aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $q \Rightarrow p'$ B) $q' \Rightarrow p$ C) $q' \Rightarrow p'$
 D) $p \Rightarrow q$ E) $p' \Rightarrow q$

9. $p \Rightarrow (p \wedge q)$

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \vee q$ B) $p \vee q$ C) $p \wedge q$
D) $p \wedge q'$ E) $p' \wedge q'$

10. $(p \wedge q) \Rightarrow (r' \vee s)$

bileşik önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p' \wedge q') \Rightarrow (r' \vee s)$
B) $(r \vee s') \Rightarrow (p \wedge q')$
C) $(r \vee s') \Rightarrow (p \vee q')$
D) $(r \wedge s') \Rightarrow (p' \vee q')$
E) $(r \vee s') \Rightarrow (p' \vee q')$

11. $p : "a + b = 0"$
 $q : "a = 0"$
 $r : "b = 0"$

olduğuna göre, aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \Rightarrow (q \vee r)$ B) $p \Rightarrow (q \wedge r)$
C) $(q \vee r) \Rightarrow p$ D) $(p \wedge q) \Rightarrow r$
E) $(p \vee q) \Rightarrow r$

12. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$p(x) : "x^2 \leq 4"$

önermesinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ B) $\{-2, -1, 0\}$
C) $\{-1, 0, 1\}$ D) $\{1, 2\}$
E) $\{0, 1\}$

13. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) $\exists x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = 0$
B) $\forall x \in \mathbb{R}, x + x = 2x$
C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$
D) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$
E) $\forall x, y \in \mathbb{R}, x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

14. $(\exists x \in \mathbb{R}, x > 0) \vee (\forall x \in \mathbb{R}, x = x^2)$

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\forall x \in \mathbb{R}, x < 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x \neq x^2)$
B) $(\forall x \in \mathbb{R}, x \leq 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x \neq x^2)$
C) $(\exists x \in \mathbb{R}, x \leq 0) \vee (\exists x \in \mathbb{R}, x \neq x^2)$
D) $(\forall x \in \mathbb{R}, x = x^2) \vee (\exists x \in \mathbb{R}, x > 0)$
E) $(\forall x \in \mathbb{R}, x \neq x^2) \vee (\exists x \in \mathbb{R}, x \leq 0)$

15. $(\exists x, x \geq 0) \Rightarrow (\forall x, x^2 > 0)$

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\exists x, x \geq 0) \wedge (\exists x, x^2 \leq 0)$
B) $(\exists x, x \geq 0) \vee (\exists x, x^2 \leq 0)$
C) $(\forall x, x < 0) \vee (\forall x, x^2 \leq 0)$
D) $(\forall x, x < 0) \wedge (\exists x, x < 0)$
E) $(\forall x, x > 0) \wedge (\forall x, x^2 \leq 0)$

16. $\left(\forall x, \frac{x}{x} = 1\right) \Rightarrow (\exists x, x + x \neq 2x)$

önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\exists x, x + x \neq 2x) \Rightarrow \left(\forall x, \frac{x}{x} = 1\right)$
B) $(\forall x, x + x = 2x) \Rightarrow \left(\exists x, \frac{x}{x} \neq 1\right)$
C) $\left(\exists x, \frac{x}{x} \neq 1\right) \Rightarrow (\forall x, x + x = 2x)$
D) $\left(\forall x, \frac{x}{x} \neq 1\right) \Rightarrow (\exists x, x + x = 2x)$
E) $(\exists x, x + x = 2x) \Rightarrow \left(\forall x, \frac{x}{x} \neq 1\right)$



Küme Nedir?

Küme matematikteki tanımsız kavramlardan biridir. Ancak, kümeyi “iyi tanımlanmış nesneler topluluğudur” diye açıklayabiliriz. Burada “iyi tanımlanma” kavramı önemlidir. Kümeyi oluşturan elemanlar öyle iyi açıklanmalıdır ki herkes aynı kümeyi yazabilmelidir.

Örneğin

- “5 ten küçük doğal sayılar” iyi bir tanımlamadır. Bu tanımlamayı duyan herkes $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesini yazabilir.
- “10 dan küçük bazı doğal sayılar” iyi bir tanımlama değildir. Bu tanımlamayı duyan herkes aynı kümeyi yazmayabilir.

Bilgi Kutusu



- Kümeler genellikle A, B gibi büyük harflerle gösterilir. Bir x elemanı A kümesine ait ise $x \in A$ şeklinde yazılır ve “x elemanı A nın” diye okunur. Eğer x elemanı A kümesine ait değil ise $x \notin A$ şeklinde yazılır ve “x elemanı değildir A nın” diye okunur.
- A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.
- Bir kümede bir eleman birden fazla yazılmaz.
- Elemanların yerlerinin değişmesi kümeyi değiştirmez.

Kümelerin Gösterilişi

Liste Yöntemi

Kümeyi oluşturan elemanlar $\{ \}$ biçimindeki küme parantezi içine aralarına virgöl konularak yazılır.

Örnek



10 dan küçük asal sayılar kümesini yazınız.

Çözüm:

10 dan küçük asal sayılar 2, 3, 5, 7 olduğundan $A = \{2, 3, 5, 7\}$ olur.

Ortak Özellik Yöntemi

Kümeyi oluşturan elemanların ortak özellikleri ifade edilerek yazılır.

Örnek



$$A = \{x \mid 2 \leq x < 7, x \text{ tam sayı}\}$$

kümesini liste yöntemiyle yazınız.

Çözüm:

$2 \leq x < 7$ eşitsizliğini sağlayan tam sayılardan oluşan küme $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ olur.

Venn Şeması Yöntemi

Kümeyi oluşturan elemanlar üçgen, dörtgen, çember gibi kapalı bir eğri içerisine her birinin önüne nokta konarak yazılır.

Örnek

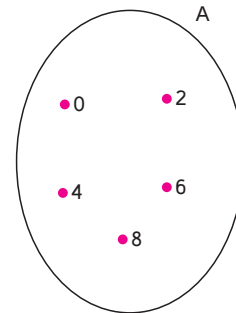


$$A = \{x \mid x \text{ çift rakam}\}$$

kümesini Venn şeması ile gösteriniz.

Çözüm:

$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ olduğundan



şeklinde gösterilir.



Boş Küme

Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme $\emptyset$ veya $\{ \}$ şeklinde gösterilir.

Örnek



$$K = \{x \mid 2 < x^2 < 4, \ x \text{ doğal sayı}\}$$

$$L = \{x \mid x \text{ çift asal sayı}\}$$

$$M = \{x \mid x, 6 \text{ nin negatif tam sayı böleni}\}$$

kümelerinin boş küme olup olmadıklarını inceleyiniz.

Çözüm:

Karesi 2 ile 4 arasında olan doğal sayı bulunmadığından $K = \emptyset$ olur.

Ancak

$$L = \{2\}$$

$$M = \{-1, -2, -3, -6\}$$

olduğundan L ve M boş küme değildir.

Sonlu Küme, Sonsuz Küme

Eleman sayısı sonlu olan kümelere **sonlu küme**, sonsuz olan kümelere de **sonsuz küme** denir.

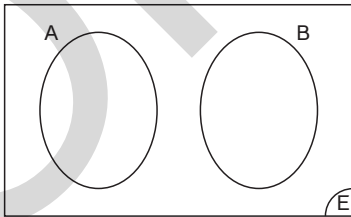
Örneğin

$A = \{7, 8, 9, 10, 11\}$ kümesi için $s(A) = 5$ olduğundan A sonlu kümedir.

$B = \{x \mid x > 5 \text{ ve } x \text{ doğal sayı}\}$ kümesi de 5 ten büyük doğal sayılardan oluştuğu için sonsuz kümedir.

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan en geniş kümeye **evrensel küme** denir ve genellikle E harfi ile gösterilir.



Eşit Kümeler

Elemanları aynı olan kümelere **eşit kümeler** denir. A ve B eşit kümeler ise $A = B$ şeklinde yazılır.

Örneğin

$$A = \{x \mid 0 < x \leq 4, \ x \text{ doğal sayı}\}$$

$$B = \{x \mid x^2 \leq 16, \ x \text{ pozitif tam sayı}\}$$

kümeleri eşit kümelere. Çünkü her iki küme de 1, 2, 3, 4 elemanlarından oluşur.

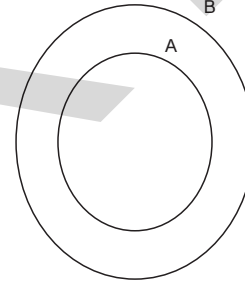
Kavram



Alt Küme

A kümesinin her elemanı B nin de elemanı ise A kümesi B kümesinin **alt kümesidir** denir ve $A \subset B$ veya $A \subseteq B$ biçiminde yazılır. B kümesi A kümesini kapsar ifadesi de aynı anlama gelir ve $B \supset A$ veya $B \supseteq A$ biçiminde yazılır.

A, B nin alt kümesi ise bu iki küme Venn şemasıyla



biçiminde gösterilir.

Eğer A'nın elemanı olup, B'nin elemanı olmayan en az bir eleman varsa A, B nin alt kümesi değildir denir ve $A \not\subset B$ biçiminde yazılır.

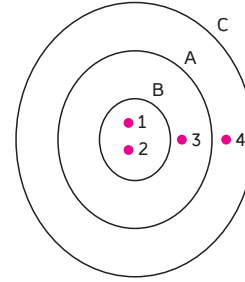
Örneğin

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri için $B \subset A$, $B \subset C$ ve $A \subset C$ olur. Bu kümeleri Venn şemasıyla



şeklinde gösterebiliriz.



Bilgi Kutusu



- Her küme kendisinin alt kümesidir.
- Boş küme her kümenin alt kümesidir.

Örneğin

$A = \{1, 2\}$ kümesinin alt kümeleri $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ olur.

Dikkat



Bir küme ancak bir kümeyi kapsayabilir.
 $A \subset B$ ifadesinde A ve B birer küme olmalıdır.

Örneğin;

$A = \{1, 2\}$ kümesi için
 $\{1\} \subset A$ ve $1 \in A$ ifadeleri doğruyken $1 \subset A$ gösterimi yanlıştır.

Örnek



$A = \{1, 2, \{3\}, 4, \{3, 5\}\}$

kümesi için

- $s(A) = 5$
- $\{2\} \subset A$
- $4 \subset A$
- $\{3\} \in A$
- $\{3, 5\} \subset A$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

Çözüm:

- A kümesinin 1, 2, {3}, 4, {3, 5} olmak üzere 5 elemanı olduğundan $s(A) = 5$ tir. (I Doğru)
- {2} kümesi A'nın alt kümesi olduğundan $\{2\} \subset A$ olur. (II Doğru)
- 4, A kümesinin alt kümesi olmadığından $4 \subset A$ ifadesi yanlıştır. $\{4\} \subset A$ veya $4 \in A$ yazılıydı doğru olurdu. (III Yanlış)
- A kümesinin elemanlarından biri {3} olduğundan $\{3\} \in A$ olur. (IV Doğru)
- {3, 5} A kümesinin bir elemanı olduğundan $\{3, 5\} \subset A$ ifadesi yanlıştır. $\{3, 5\} \in A$ veya $\{\{3, 5\}\} \subset A$ yazılıydı doğru olurdu. (V Yanlış)

Analiz



n elemanlı bir kümenin 2^n tane alt kümesi vardır.

Örneğin

$A = \{k, l, m, n, p\}$

kümesinin eleman sayısı 5 olduğundan $2^5 = 32$ tane alt kümesi vardır.

Örnek



Bir kümenin eleman sayısı 4 artırıldığında alt küme sayısı 60 artıyor.

Buna göre, bu kümenin eleman sayısını bulunuz.

Çözüm:

Kümenin eleman sayısı n olsun. Başlangıçtaki alt küme sayısı 2^n , eleman sayısı 4 artırıldığında alt küme sayısı 2^{n+4} olduğundan

$$2^{n+4} - 2^n = 60$$

$$2^n \cdot 2^4 - 2^n = 60$$

$$2^n(2^4 - 1) = 60$$

$$2^n \cdot 15 = 60$$

$$2^n = 4$$

$$n = 2 \text{ olur.}$$

Örnek



$A = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde

- a elemanı bulunmaz?
- b elemanı bulunur?
- c ve d elemanları bulunur?
- d elemanı bulunur, e elemanı bulunmaz?
- c veya e elemanı bulunur?

Çözüm:

- A kümesinden a elemanını çıkarırsak geri kalan $\{b, c, d, e, f\}$ kümesinin elemanlarıyla $2^5 = 32$ tane alt küme elde ederiz. Bu alt kümelerin hiç birinde a elemanı yoktur.
- A kümesinden b elemanını çıkarırsak geri kalan $\{a, c, d, e, f\}$ kümesinin elemanlarıyla b elemanının bulunmadığı $2^5 = 32$ tane alt küme elde ederiz. Bu alt kümelerin her birine b elemanını ilave edersek b nin eleman olarak bulunduğu 32 tane alt küme elde etmiş oluruz.
- A kümesinden c ve d elemanlarını çıkarırsak geriye kalan $\{a, b, e, f\}$ kümesinin elemanlarıyla c ve d nin bulunmadığı $2^4 = 16$ tane alt küme elde ederiz. Bu alt kümelerin her birine c ve d elemanlarını ilave edersek c ve d nin eleman olarak bulunduğu 16 tane alt küme elde ederiz.
- A kümesinden d ve e elemanlarını çıkarırsak geriye kalan $\{a, b, c, f\}$ kümesinin elemanlarıyla d ve e nin bulunmadığı $2^4 = 16$ tane alt küme elde ederiz. Bu alt kümelerin her birine d elemanını ilave edersek d nin bulunduğu fakat e nin bulunmadığı 16 tane alt küme elde ederiz.
- A kümesinin tüm alt kümelerinin sayısından c ve e elemanlarının bulunmadığı alt kümelerin sayısını çıkarırsak geriye c veya e elemanlarının bulunduğu alt kümelerin sayısı kalır. A kümesinin tüm alt küme sayısı $2^6 = 64$, c ve e elemanlarının bulunmadığı alt küme sayısı $2^4 = 16$ olduğundan, c veya e elemanlarının bulunduğu alt küme sayısı $64 - 16 = 48$ olur.

Örnek

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde en az bir tane tek sayı vardır?

Çözüm:

A kümesinin tüm alt kümelerinin sayısından, hiç tek sayının bulunmadığı alt kümelerin sayısını çıkarırsak en az bir tane tek sayı bulunan alt küme sayısını buluruz. A nın tüm alt küme sayısı $2^7 = 128$, hiç tek sayı bulunmayan alt küme sayısı $2^3 = 8$ olduğundan en az bir tane tek sayı bulunan alt küme sayısı $128 - 8 = 120$ olur.

- Aşağıdaki ifadelerden küme belirtenlerin karşısına “✓”, belirtmeyenlerin karşısına “X” işareti koyunuz.

a.	Haftanın C ile başlayan günleri	☐
b.	Sınıfımızdaki uzun boylu öğrenciler	☐
c.	Karesi negatif olan doğal sayılar	☐
d.	Sınıfımızdaki kız öğrenciler	☐
e.	12 yi tam bölen doğal sayılar	☐
f.	10 dan küçük herhangi üç rakam	☐

- KIRIKKALE

kelimesinin harflerinin oluşturduğu kümeyi liste yöntemiyle gösteriniz.

- $A = \{y \mid 4 < y \leq 20, y = 4k, k \text{ tam sayı}\}$ olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

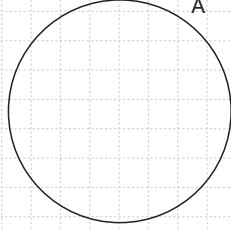
- Aşağıda verilen kümelerin boş küme olup olmadıklarını belirtiniz.

- $A = \{x \mid x^2 = 1, x \in \mathbb{R}\}$
- $B = \{x \mid x > 10, x \text{ asal sayı}\}$
- $C = \{x \mid x, \text{ Türkçe'de "Ğ" ile başlayan kelime}\}$
- $D = \{x \mid |x| = -3, x \in \mathbb{R}\}$
- $E = \{x \mid 4 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$

5. Aşağıda ortak özellik yöntemi ile verilen kümeleri liste ve Venn şeması ile gösteriniz.

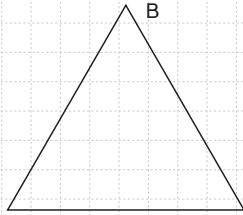
a. $A = \{x \mid 4 < x^2 \leq 9, x \text{ tam sayı}\}$

A =



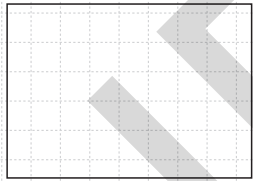
b. $B = \{x \mid (x - 3)(x + 4) = 0\}$

B =



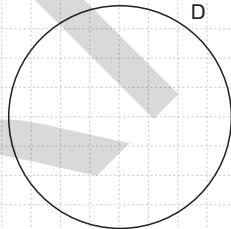
c. $C = \{x \mid 4 < x \leq 10, x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$

C =



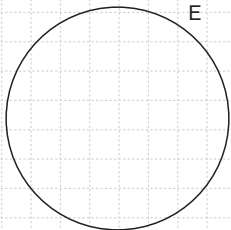
d. $D = \{\text{Alfabemizdeki sesli harfler}\}$

D =



e. $E = \{x \mid x, 35 \text{ in asal çarpanları}\}$

E =



6. Aşağıda verilen kümelerin hangisinin sonlu, hangisinin sonsuz küme olduğunu belirtiniz.

a. $A = \{x \mid 3 < x < 7, x \in \mathbb{Z}\}$

b. $B = \{x \mid 3 < x < 7, x \in \mathbb{R}\}$

c. $C = \{x \mid x^2 = 4, x \in \mathbb{Z}\}$

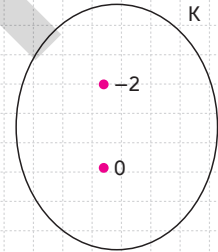
d. $D = \{x \mid x^2 > 4, x \in \mathbb{Z}\}$

e. $E = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

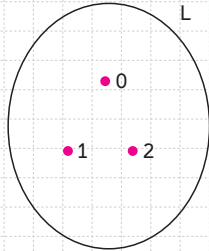
f. $F = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbb{R}\}$

7. Aşağıda ortak özellik yöntemi ve Venn şemasıyla verilen kümelerden eşit olanları birbiriyle eşleştiriniz.

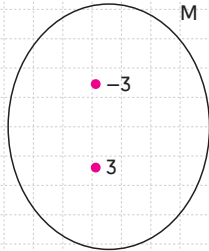
$A = \{x \mid 3 < x \leq 6, x \in \mathbb{Z}\}$



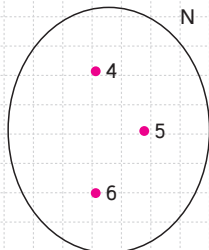
$B = \{x \mid x^2 = 9, x \in \mathbb{Z}\}$



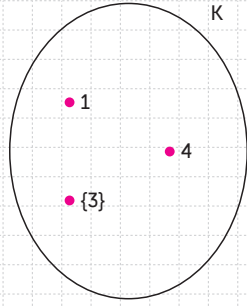
$C = \{x \mid x(x + 2) = 0, x \in \mathbb{R}\}$



$D = \{x \mid 0 \leq x^3 \leq 8, x \in \mathbb{Z}\}$



8.



Kümesinin tüm alt kümelerini yazınız.

9. Bir okulun A sınıfındaki öğrencilerin kümesi A olsun.

$K = \{\text{Sınıftaki kız öğrenciler}\}$

$L = \{\text{Sınıftaki erkek öğrenciler}\}$

$M = \{\text{Sınıftaki sarışın kız öğrenciler}\}$

$N = \{\text{Sınıftaki gözlüklü erkek öğrenciler}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki doğru-yanlış tablosunda uygun yerleri işaretleyiniz.

		Doğru	Yanlış
a.	$K \subset L$	☐	☐
b.	$N \subset L$	☐	☐
c.	$M \subset K$	☐	☐
d.	$K \subset A$	☐	☐
e.	$L \subset A$	☐	☐
f.	$M \subset A$	☐	☐
g.	$N \subset A$	☐	☐

10.

$A = \{a, b, \{c, d\}, e, \{f\}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki boşluklara $\subset, \supset, \subsetneq, \in, \notin$ sembollerinden uygun olanları yazınız.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a. $b \dots\dots\dots A$ | b. $f \dots\dots\dots A$ |
| c. $\{a\} \dots\dots\dots A$ | d. $\{c, d\} \dots\dots\dots A$ |
| e. $\{e\} \dots\dots\dots A$ | f. $A \dots\dots\dots \{b\}$ |
| g. $d \dots\dots\dots A$ | h. $\{\{f\}\} \dots\dots\dots A$ |
| i. $A \dots\dots\dots \{a, b\}$ | i. $\{a, e\} \dots\dots\dots A$ |

11. Aşağıda verilen kümelerin alt küme sayılarını bulunuz.

a. $A = \{x \mid 4 < x \leq 7, x \in \mathbb{N}\}$
Alt küme sayısı =

b. $C = \{x \mid (x - 3)(x + 2) = 0, x \in \mathbb{R}\}$
Alt küme sayısı =

c. $D = \{x \mid 1 \leq x^2 < 9, x \in \mathbb{Z}\}$
Alt küme sayısı =

d. $F = \{x \mid x, 24 \text{ ü tam böler, } x \in \mathbb{Z}\}$
Alt küme sayısı =

12. Bir kümenin eleman sayısı 3 artırıldığında eleman sayısı 112 artıyor.

Buna göre, kümenin eleman sayısını hesaplayınız.

13.

$A = \{3, 4, 5, 6\}$

kümesinin 3 ün bulunup, 4 ün bulunmadığı tüm alt kümelerini yazınız.



1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir küme belirtir?

- A) En sevilen şarkıcılar
- B) Sınıfımızdaki uzun boylu öğrenciler
- C) MEMLEKET kelimesinin harfleri
- D) 5 tane tek sayı
- E) Bazı sürüngen türleri

2. $A = \{x \mid x^2 = 4, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid x^2 = -4, x \in \mathbb{Z}\}$
 $C = \{x \mid |x| = 2, x \in \mathbb{Z}\}$

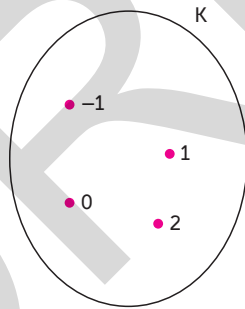
kümeleri için,

- I. $A = C$
- II. $B = \emptyset$
- III. $s(A) = s(B)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve II
- E) II ve III

3. Venn şeması ile



şeklinde gösterilen küme aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $K = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$
- B) $K = \{x \mid -1 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$
- C) $K = \{x \mid x(x-1)(x-2) = 0, x \in \mathbb{R}\}$
- D) $K = \{x \mid x < 3, x \text{ bir rakam}\}$
- E) $K = \{x \mid x^2 \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$

4. Aşağıdakilerden hangisi bir sonlu kümedir?

- A) Sayma sayıları
- B) Tam sayılar
- C) Rasyonel sayılar
- D) Üç basamaklı doğal sayılar
- E) Asal sayılar

5. A kümesinin elemanları ardışık dört çift doğal sayıdır. Kümenin elemanlarının toplamı 44 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A kümesinin elemanı değildir?

- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 14
- E) 16

6. $K = \{a, b, \{c, d\}, e, \{f\}\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a ve b elemanları bulunmaz?

- A) 2
- B) 4
- C) 8
- D) 16
- E) 32

7. $A = \{x \mid x \leq 8, x \text{ doğal sayı}\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde hiç çift sayı bulunmaz?

- A) 4
- B) 8
- C) 16
- D) 32
- E) 64

8. $A = \{\bullet, \blacktriangle, \blacksquare, \star, \emptyset\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde $\blacksquare$ veya $\emptyset$ bulunur?

- A) 24
- B) 20
- C) 18
- D) 16
- E) 12



9. $A = \{a, b\}$
 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$
kümeleri veriliyor.
Buna göre, $A \subseteq X \subseteq B$ şartını sağlayan kaç farklı X kümesi yazılabilir?
A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 12

10. $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde en az 1 tane iki basamaklı sayı bulunur?
A) 32 B) 48 C) 64 D) 72 E) 96

11. $A = \{a, b, \{a, b\}, c\}$
kümesi veriliyor.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
A) $\{a, b\} \subset A$
B) $\{a, b\} \in A$
C) $\{a, b, c\} \subset A$
D) $a \in A$
E) $\{c\} \in A$

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde "2" elemanı yoktur?
A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

13. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde c ve d elemanlarından en az biri bulunur?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 48

14. A ve B birbirinden farklı kümeler ve $A \subset B$ dir.
 $s(A) = 3$
olduğuna göre, A ve B kümelerinin alt küme sayılarının toplamı en az kaçtır?
A) 16 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

15. A ve B kümelerinin alt küme sayılarının toplamı 12 olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ toplamı kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde hiç asal sayı yoktur?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16